

11. LINGKARAN

A. Persamaan Lingkaran

- 1) Lingkaran dengan pusat (a, b) dan jari-jarinya (r)

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

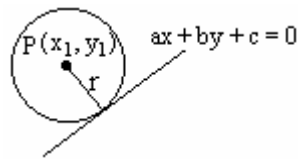
- 2) Bentuk umum persamaan lingkaran

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Pusat $(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B)$ dan jari-jari: $r = \sqrt{(\frac{1}{2}A)^2 + (\frac{1}{2}B)^2 - C}$

- 3) Jarak titik $P(x_1, y_1)$ terhadap garis $ax + by + c = 0$ adalah:

$$r = \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$



B. Persamaan Garis Singgung Lingkaran

- 1) Garis singgung lingkaran yang melalui titik $P(x_1, y_1)$ pada lingkaran

a) Garis singgung lingkaran: $x^2 + y^2 = r^2$

$$x x_1 + y y_1 = r^2$$

b) Garis singgung lingkaran : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$$(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = r^2$$

c) Garis singgung lingkaran : $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

$$xx_1 + yy_1 + \frac{1}{2}A(x + x_1) + \frac{1}{2}B(y + y_1) + C = 0$$

- 2) Garis singgung lingkaran yang melalui titik $P(x_1, y_1)$ di luar lingkaran, langkah-langkahnya:

1. Tentukan persamaan garis kutub = garis singgung lingkaran pada a)
2. Substitusikan persamaan garis kutub yang telah diperoleh ke persamaan lingkaran, maka akan diperoleh dua buah titik singgung pada lingkaran.
3. Tentukan persamaan garis singgung yang melalui kedua titik yang telah diperoleh.

- 3) Garis singgung lingkaran dengan gradien m diketahui

□ Garis singgung lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ dengan gradien m

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2010 PAKET A</p> <p>Persamaan garis singgung lingkaran $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 80$ yang sejajar dengan garis $y - 2x + 5 = 0$ adalah ...</p> <p>a. $y = 2x - 11 \pm 20$ b. $y = 2x - 8 \pm 20$ c. $y = 2x - 6 \pm 15$ d. $y = 2x - 8 \pm 15$ e. $y = 2x - 6 \pm 25$</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>2. UN 2010 PAKET B</p> <p>Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 8$ yang sejajar dengan garis $y - 7x + 5 = 0$ adalah ...</p> <p>a. $y - 7x - 13 = 0$ b. $y + 7x + 3 = 0$ c. $-y - 7x + 3 = 0$ d. $-y + 7x + 3 = 0$ e. $y - 7x + 3 = 0$</p> <p>Jawab : e</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>3. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Lingkaran $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$ memotong garis $y = 4$. Garis singgung lingkaran yang melalui titik potong lingkaran dan garis tersebut adalah ...</p> <p>a. $y = 8 - x$ b. $y = 0$ dan $y = 8$ c. $x = 0$ dan $x = 8$ d. $y = x + 8$ dan $y = x - 8$ e. $y = x - 8$ dan $y = 8 - x$</p> <p>Jawab : c</p>	
<p>4. UN 2008 PAKET A/B</p> <p>Persamaan garis singgung melalui titik (2, 3) pada lingkaran $x^2 + y^2 = 13$ adalah ...</p> <p>a. $2x - 3y = 13$ b. $2x + 3y = -13$ c. $2x + 3y = 13$ d. $3x - 2y = -13$ e. $3x + 2y = 13$</p> <p>Jawab : c</p>	
<p>5. UN 2007 PAKET A</p> <p>Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ di titik $P(7, -5)$ adalah...</p> <p>a. $4x - 3y = 43$ b. $4x + 3y = 23$ c. $3x - 4y = 41$ d. $10x + 3y = 55$ e. $4x - 5y = 53$</p> <p>Jawab : a</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>6. UN 2007 PAKET B</p> <p>Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ yang bergradien 10 adalah...</p> <p>a. $y = 10x - 10 \pm 2\sqrt{101}$</p> <p>b. $y = 10x - 11 \pm 2\sqrt{101}$</p> <p>c. $y = -10x + 11 \pm 2\sqrt{101}$</p> <p>d. $y = -10x \pm 2\sqrt{101}$</p> <p>e. $y = 10x \pm 2\sqrt{101}$</p> <p>Jawab : b</p>	
<p>7. UN 2006</p> <p>Persamaan lingkaran yang berpusat di $(1, -10)$ dan menyinggung garis $3x - y\sqrt{3} - 3 = 0$ adalah ...</p> <p>a. $x^2 + y^2 - 2x + 20y + 76 = 0$</p> <p>b. $x^2 + y^2 - x + 10y + 76 = 0$</p> <p>c. $x^2 + y^2 - 2x + 20y + 126 = 0$</p> <p>d. $x^2 + y^2 - x + 10y + 126 = 0$</p> <p>e. $x^2 + y^2 - 2x - 20y + 76 = 0$</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>8. UN 2005</p> <p>Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ di titik $P(5, 3)$ adalah...</p> <p>a. $3x - 4y + 27 = 0$</p> <p>b. $3x + 4y - 27 = 0$</p> <p>c. $3x + 4y - 7 = 0$</p> <p>d. $3x + 4y - 17 = 0$</p> <p>e. $3x + 4y - 7 = 0$</p> <p>Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>9. UN 2004</p> <p>Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 = 0$ yang tegak lurus garis $x + 2y = 6$ adalah ...</p> <p>a. $2x - y + 3 = 0$ b. $2x - y + 5 = 0$ c. $2x - y + 7 = 0$ d. $2x - y + 13 = 0$ e. $2x - y + 25 = 0$</p> <p>Jawab : b</p>	
<p>10. UAN 2003</p> <p>Salah satu garis singgung yang bersudut 120° terhadap sumbu X positif pada lingkaran dengan ujung diameter titik $(7, 6)$ dan $(1, -2)$ adalah ...</p> <p>a. $y = -x\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 12$ b. $y = -x\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 8$ c. $y = -x\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 4$ d. $y = -x\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 8$ e. $y = -x\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 22$</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>11. EBTANAS 2002</p> <p>Titik (a, b) adalah pusat lingkaran $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. Jadi $2a + b = \dots$</p> <p>a. 0 b. 2 c. 3 d. -1 e. -2</p> <p>Jawab : a</p>	