

14. LIMIT FUNGSI

A. Limit fungsi aljabar

Jika $\frac{f(a)}{g(a)} = \frac{0}{0}$, maka $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

1. Difaktorkan, jika $f(x)$ dan $g(x)$ bisa difaktorkan
2. Dikalikan dengan sekawan pembilang atau penyebut jika $f(x)$ atau $g(x)$ berbentuk akar
3. Menggunakan dalil L'Hospital jika $f(x)$ dan $g(x)$ bisa di turunkan

▪
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2010 PAKET A</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x}{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}} \right) = \dots$</p> <p>a. 3 b. 6 c. 9 d. 12 e. 15 Jawab : c</p>	
<p>2. UN 2010 PAKET B</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} \right) = \dots$</p> <p>a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{2}$ c. 2 d. 4 e. ∞ Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>3. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{5x+14}-2}$ adalah ...</p> <p>a. 4 b. 2 c. 1,2 d. 0,8 e. 0,4</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>4. UN 2008 PAKET A/B</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 8} = \dots$</p> <p>a. 2 b. 1 c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{1}{2}$ e. $-\frac{1}{6}$</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>5. UN 2007 PAKET A</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 - 1} = \dots$</p> <p>a. 3 b. $2\frac{1}{2}$ c. 2 d. 1 e. -1</p> <p>Jawab : e</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>6. UN 2007 PAKET B</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{4 - \sqrt{x^2 + 7}} = \dots$</p> <p>a. 8 b. 4 c. $\frac{9}{4}$ d. 1 e. 0 Jawab : a</p>	
<p>7. UN 2006</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + 2x} - \sqrt{4 - 2x}}{x} = \dots$</p> <p>a. 4 b. 2 c. 1 d. 0 e. -1 Jawab : c</p>	
<p>8. UN 2004</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right) = \dots$</p> <p>a. $-\frac{1}{6}$ b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{1}{2}$ e. 1 Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>9. UAN 2003</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} = \dots$</p> <p>a. -12 b. -6 c. 0 d. 6 e. 12 Jawab: d</p>	<p>Kalikan dengan sekawan penyebut</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} \times \frac{3 + \sqrt{x^2 + 5}}{3 + \sqrt{x^2 + 5}}$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4 - x^2)3 + \sqrt{x^2 + 5}}{9 - (x^2 + 5)}$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4 - x^2)(3 + \sqrt{x^2 + 5})}{(4 - x^2)}$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} 3 + \sqrt{x^2 + 5} = 6 \dots\dots\dots (d)$

B. Limit fungsi trigonometri

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

Catatan

Identitas trigonometri yang biasa digunakan

- $1 - \cos A = 2 \sin^2(\frac{1}{2}A)$
- $\frac{1}{\sin x} = \csc x$
- $\frac{1}{\cos x} = \sec x$
- $\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{1}{2}(A + B) \cdot \sin \frac{1}{2}(A - B)$
- $\cos A \sin B = \frac{1}{2}\{\sin(A + B) - \sin(A - B)\}$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2010 PAKET A</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos 4x \sin 3x}{5x} \right) = \dots$</p> <p>a. $\frac{5}{3}$ b. 1 c. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{1}{5}$ e. 0 Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>2. UN 2010 PAKET B</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x + \sin 5x}{6x} \right) = \dots$</p> <p>a. 2 b. 1 c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$ e. -1</p> <p>Jawab : b</p>	
<p>3. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 6x + 9}{2 - 2\cos(2x + 6)}$ adalah ..</p> <p>a. 3 b. 1 c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$ e. $\frac{1}{4}$</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>4. UN 2007 PAKET A</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin 3x}{1 - \cos 6x} = \dots$</p> <p>a. -1 b. $-\frac{1}{3}$ c. 0 d. $\frac{1}{3}$ e. 1</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>5. UN 2007 PAKET B</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x - 2)}{x^2 - 3x + 2} = \dots$</p> <p>a. $-\frac{1}{2}$ b. $-\frac{1}{3}$ c. 0 d. $\frac{1}{2}$ e. 1</p> <p>Jawab : e</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>6. UN 2006</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos x - \sin \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}} = \dots$</p> <p>a. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ b. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ c. $\sqrt{3}$ d. $-2\sqrt{3}$ e. $-3\sqrt{3}$</p> <p>Jawab : c</p>	
<p>7. UN 2005</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x}{2x(x^2 + 2x - 3)} = \dots$</p> <p>a. -4 b. -3 c. -2 d. 2 e. 6</p> <p>Jawab : c</p>	
<p>8. UN 2004</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2} = \dots$</p> <p>a. -8 b. -4 c. 2 d. 4 e. 8</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>9. UAN 2003</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = \dots$</p> <p>a. $-\sqrt{2}$ b. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ c. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ d. $\sqrt{2}$ e. $2\sqrt{2}$</p> <p>Jawab: d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>10. EBTANAS 2002</p> $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}}{x - \frac{1}{4}\pi} = \dots$ <p>a. $-2\sqrt{2}$ b. $-\sqrt{2}$ c. 0 d. $\sqrt{2}$ e. $2\sqrt{2}$</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>11. EBTANAS 2002</p> <p>Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{x \tan 2x} = \dots$</p> <p>a. -4 b. -2 c. 4 d. 6 e. 8</p> <p>Jawab : d</p>	

C. Limit Mendekati Tak Berhingga

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{cx^m + dx^{m-1} + \dots} = p$, dimana:
- $p = \frac{a}{c}$, jika $m = n$
 - $p = 0$, jika $n < m$
 - $p = \infty$, jika $n > m$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax + b} \pm \sqrt{cx + d}) = q$, dimana:
- $q = \infty$, bila $a > c$
 - $q = 0$, bila $a = c$
 - $q = -\infty$, bila $a < c$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + qx + r}) = \frac{b-q}{2\sqrt{a}}$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x+4} - \sqrt{3x+9}}{4x} = \dots$</p> <ol style="list-style-type: none"> 0 $\frac{1}{2}$ 1 2 4 <p>Jawab : a</p>	
<p>2. UN 2005</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x(4x+5)} - 2x + 1) = \dots$</p> <ol style="list-style-type: none"> 0 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{9}{4}$ ∞ <p>Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>3. UAN 2003</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \left((2x+1) - \sqrt{4x^2 - 3x + 6} \right) =$</p> <p>...</p> <p>a. $\frac{3}{4}$</p> <p>b. 1</p> <p>c. $\frac{7}{4}$</p> <p>d. 2</p> <p>e. $\frac{5}{2}$</p> <p>Jawab : c</p>	
<p>4. EBTANAS 2002</p> <p>Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 5x}) = \dots$</p> <p>a. 0</p> <p>b. 0,5</p> <p>c. 2</p> <p>d. 2,5</p> <p>e. 5</p> <p>Jawab : d</p>	