

15. TURUNAN (DERIVATIF)

A. Rumus-Rumus Turunan Fungsi Aljabar dan Trigonometri

Untuk u dan v adalah fungsi dari x , dan c adalah konstanta, maka:

1. $y = u + v, \Rightarrow y' = u' + v'$
2. $y = c \cdot u, \Rightarrow y' = c \cdot u'$
3. $y = u \cdot v, \Rightarrow y' = v \cdot u' + u \cdot v'$
4. $y = \frac{u}{v}, \Rightarrow y' = (v \cdot u' - u \cdot v') : v^2$
5. $y = u^n, \Rightarrow y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
6. $y = \sin u, \Rightarrow y' = \cos u \cdot u'$
7. $y = \cos u, \Rightarrow y' = -\sin u \cdot u'$
8. $y = \tan u, \Rightarrow y' = \sec^2 u \cdot u'$
9. $y = \cotan u, \Rightarrow y' = -\operatorname{cosec}^2 u \cdot u'$
10. $y = \sec u, \Rightarrow y' = \sec u \cdot \tan u \cdot u'$
11. $y = \operatorname{cosec} u, \Rightarrow y' = -\operatorname{cosec} u \cdot \cotan u \cdot u'$

Keterangan:

y' : turunan pertama dari y

u' : turunan pertama dari u

v' : turunan pertama dari v

Identitas trigonometri yang banyak digunakan : $2\sin u \cdot \cos u = \sin 2u$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2008 PAKET A/B Diketahui $f(x) = 3x^3 + 4x + 8$. Jika turunan pertama $f(x)$ adalah $f'(x)$, maka nilai $f'(3) = \dots$</p> <p>a. 85 b. 101 c. 112 d. 115 e. 125</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>2. UN 2008 PAKET A/B Turunan pertama dari $y = \frac{1}{4} \sin 4x$ adalah $y' = \dots$</p> <p>a. $-\cos 4x$ b. $-\frac{1}{16} \cos 4x$ c. $\frac{1}{2} \cos 4x$ d. $\cos 4x$ e. $\frac{1}{16} \cos 4x$</p> <p>Jawab : d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>3. UN 2007 PAKET A</p> <p>Turunan pertama dari $f(x) = \sqrt[3]{\sin^2 3x}$ adalah $f'(x) = \dots$</p> <p>a. $\frac{2}{3} \cos \frac{1}{3} 3x$</p> <p>b. $2 \cos \frac{1}{3} 3x$</p> <p>c. $\frac{2}{3} \cos \frac{1}{3} 3x \sin 3x$</p> <p>d. $-2 \cot 3x \cdot \sqrt[3]{\sin^2 3x}$</p> <p>e. $2 \cot 3x \cdot \sqrt[3]{\sin^2 3x}$</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>4. UN 2007 PAKET B</p> <p>Turunan dari $y = \sin^3(2x - 4)$ adalah $y'(x) = \dots$</p> <p>a. $3 \cos(2x - 4) \sin^2(2x - 4)$</p> <p>b. $3 \sin^2(2x - 4)$</p> <p>c. $3 \sin(2x - 4) \cos^2(2x - 4)$</p> <p>d. $6 \sin(2x - 4) \cos^2(2x - 4)$</p> <p>e. $6 \cos(2x - 4) \sin^2(2x - 4)$</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>5. UN 2006</p> <p>Turunan pertama fungsi $f(x) = \sin^2(8x - 2\pi)$ adalah $f'(x) = \dots$</p> <p>a. $2 \sin(8x - 2\pi)$</p> <p>b. $8 \sin(8x - 2\pi)$</p> <p>c. $2 \sin(16x - 4\pi)$</p> <p>d. $8 \sin(16x - 4\pi)$</p> <p>e. $16 \sin(16x - 4\pi)$</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>6. UN 2005</p> <p>Turunan pertama $f(x) = \cos^3 x$ adalah ...</p> <p>a. $f'(x) = -\frac{3}{2} \cos x \sin 2x$</p> <p>b. $f'(x) = \frac{3}{2} \cos x \sin 2x$</p> <p>c. $f'(x) = -3 \sin x \cos x$</p> <p>d. $f'(x) = 3 \sin x \cos x$</p> <p>e. $f'(x) = -3 \cos^2 x$</p> <p>Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>7. UN 2004 Turunan pertama fungsi $f(x) = \cos^2(3x + 6)$ adalah $f'(x) = \dots$</p> <ol style="list-style-type: none"> $-6 \sin(6x + 12)$ $-3 \sin(6x + 12)$ $-\sin(6x + 12)$ $-3 \cos(6x + 12)$ $-6 \cos(6x + 12)$ <p>Jawab : b</p>	
<p>8. UAN 2003 Turunan pertama dari $f(x) = (3x^2 - 5)\cos x$ adalah $f'(x) = \dots$</p> <ol style="list-style-type: none"> $3x \sin x + (3x^2 - 5) \cos x$ $3x \cos x + (3x^2 - 5) \sin x$ $-6x \sin x - (3x^2 - 5) \cos x$ $6x \cos x + (3x^2 - 5) \sin x$ $6x \cos x - (3x^2 - 5) \sin x$ <p>Jawab : e</p>	
<p>9. UAN 2003 Turunan pertama dari $f(x) = \sin^2(2x - 3)$ adalah $f'(x) = \dots$</p> <ol style="list-style-type: none"> $2\cos(4x - 6)$ $2 \sin(4x - 6)$ $-2\cos(4x - 6)$ $-2 \sin(4x - 6)$ $4 \sin(2x - 3)$ <p>Jawab : b</p>	
<p>10. EBTANAS 2002 Jika $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 2x + 1}$, maka $f'(2) = \dots$</p> <ol style="list-style-type: none"> $-\frac{2}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{7}{27}$ $\frac{7}{4}$ <p>Jawab : d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>11. EBTANAS 2002</p> <p>Turunan pertama fungsi $y = \frac{x}{1-x}$, adalah $y' = \dots$</p> <p>a. $\frac{x}{y}$</p> <p>b. $\frac{x^2}{y^2}$</p> <p>c. $\frac{y^2}{x^2}$</p> <p>d. $-\frac{x^2}{y^2}$</p> <p>e. $-\frac{y^2}{x^2}$</p> <p>Jawab : c</p>	
<p>12. EBTANAS 2002</p> <p>Jika $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 2x + 1}$, maka $f'(2) = \dots$</p> <p>a. $-\frac{2}{9}$</p> <p>b. $\frac{1}{9}$</p> <p>c. $\frac{1}{6}$</p> <p>d. $\frac{7}{27}$</p> <p>e. $\frac{7}{4}$</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>13. EBTANAS 2002</p> <p>Diketahui $f(x) = (1 + \sin x)^2(1 + \cos x)^4$ dan $f'(x)$ adalah turunan pertama $f(x)$. nilai $f'(\frac{\pi}{2}) = \dots$</p> <p>a. -20</p> <p>b. -16</p> <p>c. -12</p> <p>d. -8</p> <p>e. -4</p> <p>Jawab : b</p>	

B. Tafsiran Geometris

Turunan suatu fungsi dapat digunakan dalam penafsiran geometris dari suatu fungsi, diantaranya:

1) Gradien garis singgung kurva $f(x)$ di titik $x = a$, yaitu $m = f'(a)$

Rumus persamaan garis singgung kurva yang melalui titik (a, b) dan bergradien m adalah:

$$y - b = m(x - a)$$

2) Fungsi $f(x)$ naik, jika $f'(x) > 0$, dan turun, jika $f'(x) < 0$

3) Fungsi $f(x)$ stasioner jika $f'(x) = 0$

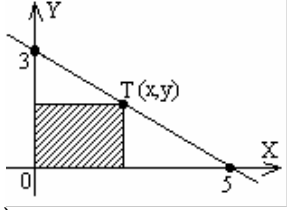
4) Nilai stasioner $f(x)$ maksimum jika $f''(x) < 0$, dan minimum jika $f''(x) > 0$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>14. UN 2010 PAKET A Diketahui h adalah garis singgung kurva $y = x^3 - 4x^2 + 2x - 3$ pada titik $(1, -4)$. Titik potong garis h dengan sumbu X adalah ...</p> <p>a. $(-3, 0)$ b. $(-2, 0)$ c. $(-1, 0)$ d. $(-\frac{1}{2}, 0)$ e. $(-\frac{1}{3}, 0)$</p> <p>Jawab: e</p>	
<p>15. UN 2010 PAKET A Selembar karton berbentuk persegi panjang dengan lebar 5 dm dan panjang 8 dm akan dibuat kotak tanpa tutup. Pada keempat pojok karton dipotong persegi yang sisinya x dm. ukuran kotak tersebut (panjang, lebar, tinggi) agar volum maksimum berturut-turut adalah ...</p> <p>a. 10 dm, 7 dm, 1 dm b. 8 dm, 5 dm, 1 dm c. 7 dm, 4 dm, 2 dm d. 7 dm, 4 dm, 1 dm e. 6 dm, 3 dm, 1 dm</p> <p>Jawab: e</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>16. UN 2010 PAKET B</p> <p>Garis singgung kurva $y = (x^2 + 2)^2$ yang melalui titik $(1, 9)$ memotong sumbu Y di titik ...</p> <p>a. $(0, 8)$ b. $(0, 4)$ c. $(0, -3)$ d. $(0, -12)$ e. $(0, -21)$</p> <p>Jawab: c</p>	
<p>17. UN 2010 PAKET B</p> <p>Jarak yang ditempuh sebuah mobil dalam waktu t diberikan oleh fungsi</p> $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^3 - 6t^2 + 5t$ <p>. Kecepatan maksimum mobil tersebut akan tercapai pada saat $t = \dots$</p> <p>a. 6 detik b. 4 detik c. 3 detik d. 2 detik e. 1 detik</p> <p>Jawab: b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>18. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Sebuah bak air tanpa tutup berbentuk tabung. Jumlah luas selimut dan alas bak air adalah 28m^2. Volum akan maksimum, jika jari-jari alas sama dengan ...</p> <p>a. $\frac{1}{3\pi}\sqrt{7\pi}$</p> <p>b. $\frac{2}{3\pi}\sqrt{7\pi}$</p> <p>c. $\frac{4}{3\pi}\sqrt{7\pi}$</p> <p>d. $\frac{2}{3\pi}\sqrt{21\pi}$</p> <p>e. $\frac{4}{3\pi}\sqrt{21\pi}$</p> <p>Jawab : d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>19. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Garis l menyinggung kurva $y = 3\sqrt{x}$ di titik yang berabsis 4. titik potong garis l dengan sumbu X adalah ...</p> <p>a. $(-12, 0)$ b. $(-4, 0)$ c. $(4, 0)$ d. $(-6, 0)$ e. $(12, 0)$</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>20. UN 2008 PAKET A/B</p> <p>Suatu peluru ditembakkan ke atas. Jika tinggi h meter setelah t detik dirumuskan dengan $h(t) = 120t - 5t^2$, maka tinggi maksimum yang dicapai peluru tersebut adalah ... meter</p> <p>a. 270 b. 320 c. 670 d. 720 e. 770</p> <p>Jawab d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>21. UN 2007 PAKET A</p> <p>Perhatikan gambar! Luas daerah yang diarsir pada gambar akan mencapai maksimum, jika koordinat T adalah ...</p>  <p>a. $(3, \frac{5}{6})$</p> <p>b. $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$</p> <p>c. $(2, \frac{9}{5})$</p> <p>d. $(\frac{3}{2}, \frac{21}{10})$</p> <p>e. $(1, \frac{12}{5})$</p> <p>Jawab : b</p>	
<p>22. UN 2006</p> <p>Santo ingin membuat sebuah tabung tertutup dari selembar karton dengan volum 16 dm^3. Agar luas permukaan tabung minimal, maka jari-jari lingkaran alasnya adalah ...</p> <p>a. $\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} \text{ dm}$</p> <p>b. $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}} \text{ dm}$</p> <p>c. $\frac{4}{\sqrt[3]{\pi}} \text{ dm}$</p> <p>d. $2\sqrt[3]{\pi} \text{ dm}$</p> <p>e. $4\sqrt[3]{\pi} \text{ dm}$</p> <p>Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>23. UAN 2003</p> <p>Diketahui kurva dengan persamaan $y = x^3 + 2ax^2 + b$. garis $y = -9x - 2$ menyinggung kurva di titik dengan absis 1. nilai $a = \dots$</p> <p>a. -3 b. $-\frac{1}{3}$ c. $\frac{1}{3}$ d. 3 e. 8</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>24. EBTANAS 2002</p> <p>Garis singgung yang menyinggung lengkungan $y = x^3 - 2x + 1$ di titik $(1, 0)$, akan memotong garis $x = 3$ di titik ...</p> <p>a. $(3,3)$ b. $(3,2)$ c. $(3,1)$ d. $(3, -1)$ e. $(3, -2)$</p> <p>Jawab : b</p>	
<p>25. EBTANAS 2002</p> <p>Koordinat titik balik maksimum grafik fungsi $y = x^3 - 3x + 4$ berturut-turut adalah ...</p> <p>a. $(-1,6)$ b. $(1,2)$ c. $(1,0)$ d. $(-1,0)$ e. $(2,6)$</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>26. EBTANAS 2002</p> <p>Nilai maksimum dari fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 9$ pada interval $0 \leq x \leq 3$ adalah ...</p> <p>a. $9\frac{2}{3}$ b. $9\frac{5}{6}$ c. 10 d. $10\frac{1}{2}$ e. $10\frac{2}{3}$</p> <p>Jawab : e</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>27. EBTANAS 2002</p> <p>Koordinat titik maksimum dan minimum dari grafik $y = x^3 + 3x^2 + 4$ berturut-turut adalah ...</p> <p>a. (-2,4) dan (0,3)</p> <p>b. (0,3) dan (-2,4)</p> <p>c. (-2,6) dan (0,5)</p> <p>d. (0,4) dan (-2,8)</p> <p>e. (-2,8) dan (0,4)</p> <p>Jawab : e</p>	