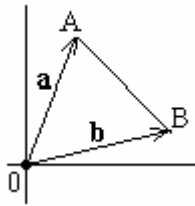
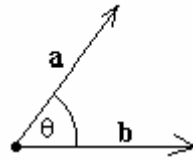


## 19. VEKTOR

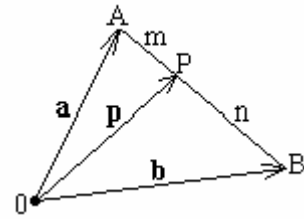
### A. Vektor Secara Geometri



1. Ruas garis berarah  
 $\overline{AB} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$



2. Sudut antara dua vektor adalah  $\theta$



3. Bila  $AP : PB = m : n$ , maka:  

$$\mathbf{p} = \frac{n\mathbf{a} + m\mathbf{b}}{n + m}$$

### B. Vektor Secara Aljabar

1. Komponen dan panjang vektor:  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ ;  

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

2. Penjumlahan, pengurangan, dan perkalian vektor dengan bilangan real:

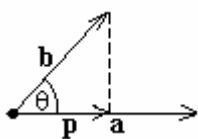
$$\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}; \quad k\mathbf{a} = k \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \\ ka_3 \end{pmatrix}$$

### C. Dot Product

Apabila diketahui  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$  dan  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ , maka:

1.  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$   
 $= a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
2.  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = |\mathbf{a}|^2 = a_1a_1 + a_2a_2 + a_3a_3$
3.  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2|\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos \theta$
4.  $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 - 2|\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos \theta$
5. Dua vektor saling tegak lurus jika  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$

### D. Proyeksi Vektor



1. Proyeksi skalar ortogonal  
 Panjang vektor proyeksi  $\mathbf{b}$  pada  $\mathbf{a}$

$$|p| = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}|}$$

2. Vektor proyeksi ortogonal :  
 vektor proyeksi  $\mathbf{b}$  pada  $\mathbf{a}$

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}|^2} \cdot \mathbf{a}$$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2010 PAKET A Diberikan vektor-vektor <math>\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}</math> dan <math>\mathbf{b} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}</math>. Besar sudut yang dibentuk vektor <math>\mathbf{a}</math> dan <math>\mathbf{b}</math> sama dengan ...</p> <p>a. <math>30^\circ</math> b. <math>45^\circ</math> c. <math>60^\circ</math> d. <math>90^\circ</math> e. <math>120^\circ</math> Jawab : c</p>	
<p>2. UN 2010 PAKET A Diketahui koordinat <math>A(-4, 2, 3)</math>, <math>B(7, 8, -1)</math>, dan <math>C(1, 0, 7)</math>. Jika <math>\overrightarrow{AB}</math> wakil vector <math>\mathbf{u}</math>, <math>\overrightarrow{AC}</math> wakil vektor <math>\mathbf{v}</math>, maka proyeksi <math>\mathbf{u}</math> pada <math>\mathbf{v}</math> adalah ...</p> <p>a. <math>3\mathbf{i} - \frac{6}{5}\mathbf{j} + \frac{12}{\sqrt{5}}\mathbf{k}</math> b. <math>3\sqrt{5}\mathbf{i} - \frac{6}{\sqrt{5}}\mathbf{j} + \frac{12}{\sqrt{5}}\mathbf{k}</math> c. <math>\frac{9}{5}(5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k})</math> d. <math>\frac{27}{45}(5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k})</math> e. <math>\frac{9}{55}(5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k})</math> Jawab : d</p>	
<p>3. UN 2010 PAKET B Diketahui segitiga ABC dengan koordinat <math>A(2, -1, -1)</math>, <math>B(-1, 4, -2)</math>, dan <math>C(5, 0, -3)</math>. Proyeksi vektor <math>\overrightarrow{AB}</math> pada <math>\overrightarrow{AC}</math> adalah ...</p> <p>a. <math>\frac{1}{4}(3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k})</math> b. <math>\frac{3}{14}(3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k})</math> c. <math>-\frac{1}{7}(3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k})</math> d. <math>-\frac{3}{14}(3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k})</math> e. <math>-\frac{3}{7}(3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k})</math> Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>4. UN 2009 PAKET A/B Diketahui balok ABCD EFGH dengan <math>AB = 2</math> cm, <math>BC = 3</math> cm, dan <math>AE = 4</math> cm. Jika <math>\overrightarrow{AC}</math> wakil vektor <math>\mathbf{u}</math> dan wakil <math>\overrightarrow{DH}</math> adalah vektor <math>\mathbf{v}</math>, maka sudut antara vektor <math>\mathbf{u}</math> dan <math>\mathbf{v}</math> adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>0^\circ</math></li> <li><math>30^\circ</math></li> <li><math>45^\circ</math></li> <li><math>60^\circ</math></li> <li><math>90^\circ</math></li> </ol> <p>Jawab : e</p>	
<p>5. UN 2009 PAKET A/B Diketahui titik <math>A(2,7,8)</math>, <math>B(-1,1,-1)</math> dan <math>C(0,3,2)</math>. Jika <math>\overrightarrow{AB}</math> wakil vektor <math>\mathbf{u}</math> dan <math>\overrightarrow{BC}</math> wakil vektor <math>\mathbf{v}</math>, maka proyeksi orthogonal vektor <math>\mathbf{u}</math> pada <math>\mathbf{v}</math> adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>-3\mathbf{i} - 6\mathbf{j} - 9\mathbf{k}</math></li> <li><math>\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}</math></li> <li><math>\frac{1}{3}\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{j} + \mathbf{k}</math></li> <li><math>-9\mathbf{i} - 18\mathbf{j} - 27\mathbf{k}</math></li> <li><math>3\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 9\mathbf{k}</math></li> </ol> <p>Jawab : a</p>	
<p>6. UN 2008 PAKET A/B Jika vektor <math>\mathbf{a} = -3\mathbf{i} - \mathbf{j} + x\mathbf{k}</math> dan vektor <math>\mathbf{b} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}</math>. Jika panjang proyeksi vektor <math>\mathbf{a}</math> pada <math>\mathbf{b}</math> adalah 5, maka nilai <math>x = \dots</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>-7</li> <li>-6</li> <li>5</li> <li>6</li> <li>7</li> </ol> <p>Jawab : e</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>7. UN 2008 PAKET A/B</p> <p>Jika vektor <math>\mathbf{a} = x\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 8\mathbf{k}</math> tegak lurus vektor <math>\mathbf{b} = 2x\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} - 3\mathbf{k}</math>, maka nilai <math>x</math> yang memenuhi adalah ...</p> <p>a. <math>-2</math> atau <math>6</math>  b. <math>-3</math> atau <math>4</math>  c. <math>-4</math> atau <math>3</math>  d. <math>-6</math> atau <math>2</math>  e. <math>2</math> atau <math>6</math></p> <p>Jawab : a</p>	
<p>8. UN 2007 PAKET A</p> <p>Diketahui segitiga ABC dengan titik <math>A(2, -1, -3)</math>, <math>B(-1, 1, -11)</math>, dan <math>C(4, -3, -2)</math>.  Proyeksi vektor <math>\overline{AB}</math> pada <math>\overline{AC}</math> adalah ...</p> <p>a. <math>-12\mathbf{i} + 12\mathbf{j} - 6\mathbf{k}</math>  b. <math>-6\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 16\mathbf{k}</math>  c. <math>-4\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}</math>  d. <math>-6\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 16\mathbf{k}</math>  e. <math>12\mathbf{i} - 12\mathbf{j} + 6\mathbf{k}</math></p> <p>Jawab : c</p>	
<p>9. UN 2007 PAKET B</p> <p>Diketahui segitiga ABC dengan titik <math>A(-2, 3, 1)</math>, <math>B(1, -1, 0)</math>, dan <math>C(-1, 1, 0)</math>.  Proyeksi vektor <math>\overline{AB}</math> terhadap <math>\overline{AC}</math> adalah ...</p> <p>a. <math>2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}</math>  b. <math>2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}</math>  c. <math>2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}</math>  d. <math>\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - \mathbf{k}</math>  e. <math>\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}</math></p> <p>Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>10. UN 2006</p> <p>Diketahui vektor <math>\mathbf{a} = 6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 8\mathbf{k}</math>,  <math>\mathbf{b} = -4\mathbf{i} + 8\mathbf{j} + 10\mathbf{k}</math> dan <math>\mathbf{c} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}</math>. Jika vektor <math>\mathbf{a}</math> tegak lurus <math>\mathbf{b}</math> maka vektor <math>\mathbf{a} - \mathbf{c} = \dots</math></p> <p>a. <math>-58\mathbf{i} - 20\mathbf{j} - 3\mathbf{k}</math>  b. <math>-58\mathbf{i} - 23\mathbf{j} - 3\mathbf{k}</math>  c. <math>-62\mathbf{i} - 20\mathbf{j} - 3\mathbf{k}</math>  d. <math>-62\mathbf{i} - 23\mathbf{j} - 3\mathbf{k}</math>  e. <math>-62\mathbf{i} - 23\mathbf{j} - 3\mathbf{k}</math></p> <p>Jawab : b</p>	
<p>11. UN 2005</p> <p>Diketahui segitiga ABC dengan koordinat A(2, -3, 4), B(5, 0, 1), dan C(4, 2, 5). Titik P membagi AB sehingga <math>AP : AB = 2 : 3</math>. Panjang vektor PC adalah ...</p> <p>a. <math>\sqrt{10}</math>  b. <math>\sqrt{13}</math>  c. <math>\sqrt{15}</math>  d. <math>3\sqrt{2}</math>  e. <math>9\sqrt{2}</math></p> <p>Jawab : d</p>	
<p>12. UN 2004</p> <p>Diketahui <math>\mathbf{p} = 6\mathbf{i} + 7\mathbf{j} - 6\mathbf{k}</math> dan <math>\mathbf{q} = x\mathbf{i} + \mathbf{j} + 4\mathbf{k}</math>. Jika panjang proyeksi <math>\mathbf{q}</math> pada <math>\mathbf{p}</math> adalah 2, maka x adalah ...</p> <p>a. <math>\frac{5}{6}</math>  b. <math>\frac{3}{2}</math>  c. <math>\frac{13}{2}</math>  d. <math>\frac{43}{6}</math>  e. <math>\frac{53}{6}</math></p> <p>Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>13. UN 2004</p> <p>Diketahui <math>\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}</math>, <math>\mathbf{b} = -3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - \mathbf{k}</math>, dan <math>\mathbf{c} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}</math>, maka <math>2\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c} = \dots</math></p> <p>a. <math>2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}</math></p> <p>b. <math>2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}</math></p> <p>c. <math>-2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}</math></p> <p>d. <math>2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}</math></p> <p>e. <math>-2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}</math></p> <p>Jawab : e</p>	
<p>14. UAN 2003</p> <p>Diberikan vektor <math>\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ p \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix}</math> dengan <math>p \in \text{Real}</math></p> <p>dan vektor <math>\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}</math>. Jika <math>\mathbf{a}</math> dan <math>\mathbf{b}</math> membentuk sudut <math>60^\circ</math>, maka kosinus sudut antara vektor <math>\mathbf{a}</math> dan <math>\mathbf{a} + \mathbf{b}</math> adalah ...</p> <p>a. <math>\frac{12}{4}\sqrt{7}</math></p> <p>b. <math>\frac{5}{2}\sqrt{7}</math></p> <p>c. <math>\frac{5}{4}\sqrt{7}</math></p> <p>d. <math>\frac{5}{14}\sqrt{7}</math></p> <p>e. <math>\frac{2}{7}\sqrt{7}</math></p> <p>Jawab : d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>15. UAN 2003</p> <p>Jika <math>\mathbf{w}</math> adalah hasil proyeksi orthogonal dari vektor <math>\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}</math> terhadap vektor <math>\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}</math>, maka <math>\mathbf{w} = \dots</math></p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>b. <math>\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}</math></p> <p>c. <math>\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}</math></p> <p>d. <math>\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}</math></p> <p>e. <math>\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}</math></p> <p>Jawab : d</p>	
<p>16. EBANAS 2002</p> <p>Diketahui <math>\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}</math> dan <math> \mathbf{a} - \mathbf{b}  = \sqrt{14}</math>. Hasil dari <math>\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \dots</math></p> <p>a. 4</p> <p>b. 2</p> <p>c. 1</p> <p>d. <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>e. 0</p> <p>Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>17. EBTANAS 2002</p> <p>Jika <math> \mathbf{a}  = 2</math>, <math> \mathbf{b}  = 3</math>, dan sudut <math>(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 120^\circ</math>. Maka <math> 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}  = \dots</math></p> <p>a. 5 b. 6 c. 10 d. 12 e. 13</p> <p>Jawab : b</p>	
<p>18. EBTANAS 2002</p> <p>Proyeksi vektor ortogonal <math>\mathbf{v} = (1 \ 3 \ 3)</math> pada <math>\mathbf{u} = (4 \ 2 \ 2)</math> adalah ...</p> <p>a. <math>-\frac{4}{3}(2 \ 1 \ 1)</math> b. <math>-(2 \ 1 \ 1)</math> c. <math>\frac{4}{3}(2 \ 1 \ 1)</math> d. <math>(\frac{4}{3} \ 1 \ 1)</math> e. <math>(2 \ 1 \ 1)</math></p> <p>Jawab : c</p>	