

## 2. PERSAMAAN, PERTIDAKSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT

### A. Persamaan Kuadrat

- 1) Bentuk umum persamaan kuadrat :  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$
- 2) Nilai determinan persamaan kuadrat :  $D = b^2 - 4ac$
- 3) Akar-akar persamaan kuadrat dapat dicari dengan memfaktorkan ataupun dengan rumus:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

- 4) Pengaruh determinan terhadap sifat akar:
  - a) Bila  $D > 0$ , maka persamaan kuadrat memiliki 2 akar real yang berbeda
  - b) Bila  $D = 0$ , maka persamaan kuadrat memiliki 2 akar real yang kembar dan rasional
  - c) Bila  $D < 0$ , maka akar persamaan kuadrat imajiner (tidak memiliki akar-akar)
- 5) Jumlah, selisih dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat  
Jika  $x_1$ , dan  $x_2$  adalah akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , maka:
  - a) Jumlah akar-akar persamaan kuadrat :  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
  - b) Selisih akar-akar persamaan kuadrat :  $x_1 - x_2 = \left| \frac{\sqrt{D}}{a} \right|$ ,  $x_1 > x_2$
  - c) Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat :  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
  - d) Beberapa rumus yang biasa digunakan saat menentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat
    - a.  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 \cdot x_2)$
    - b.  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3(x_1 \cdot x_2)(x_1 + x_2)$

#### Catatan:

Jika koefisien a dari persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , bernilai 1, maka

1.  $x_1 + x_2 = -b$
2.  $x_1 - x_2 = \sqrt{D}$
3.  $x_1 \cdot x_2 = c$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2010 PAKET A Akar-akar persamaan kuadrat <math>2x^2 + mx + 16 = 0</math> adalah <math>\alpha</math> dan <math>\beta</math>. Jika <math>\alpha = 2\beta</math> dan <math>\alpha, \beta</math> positif maka nilai <math>m = \dots</math></p> <p>a. -12 b. -6 c. 6 d. 8 e. 12 Jawab : a</p>	
<p>2. UN 2009 PAKET A/B, UN 2010 PAKET B Akar-akar persamaan kuadrat <math>x^2 + (a - 1)x + 2 = 0</math> adalah <math>\alpha</math> dan <math>\beta</math>. Jika <math>\alpha = 2\beta</math> dan <math>a &gt; 0</math> maka nilai <math>a = \dots</math></p> <p>a. 2 b. 3 c. 4 d. 6 e. 8 Jawab : c</p>	
<p>3. UAN 2003 Jika akar-akar persamaan kuadrat <math>3x^2 + 5x + 1 = 0</math> adalah <math>\alpha</math> dan <math>\beta</math>, maka nilai <math>\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}</math> sama dengan ...</p> <p>a. 19 b. 21 c. 23 d. 24 e. 25 Jawab : a</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>4. UAN 2003</p> <p>Persamaan kuadrat  <math>(k + 2)x^2 - (2k - 1)x + k - 1 = 0</math> mempunyai akar-akar nyata dan sama. Jumlah kedua akar persamaan tersebut adalah...</p> <p>a. <math>\frac{9}{8}</math></p> <p>b. <math>\frac{8}{9}</math></p> <p>c. <math>\frac{5}{2}</math></p> <p>d. <math>\frac{2}{5}</math></p> <p>e. <math>\frac{1}{5}</math></p> <p>Jawab : d</p>	

### B. Menyusun Persamaan Kuadrat Baru

Jika diketahui  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar dari persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , maka persamaan kuadrat baru yang dengan akar-akar  $\alpha$  dan  $\beta$ , dimana  $\alpha = f(x_1)$  dan  $\beta = f(x_2)$  dapat dicari dengan cara sebagai berikut:

1. Menggunakan rumus, yaitu:

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

**catatan :**

Pada saat menggunakan rumus ini harus Anda harus hafal rumus :

a.  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

b.  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

2. Menggunakan metode invers, yaitu jika  $\alpha$  dan  $\beta$  simetri, maka persamaan kuadrat baru adalah:

$$a(\beta^{-1})^2 + b(\beta^{-1}) + c = 0, \text{ dengan } \beta^{-1} \text{ invers dari } \beta$$

**catatan:**

Pada saat menggunakan metode invers Anda harus hafal rumus:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

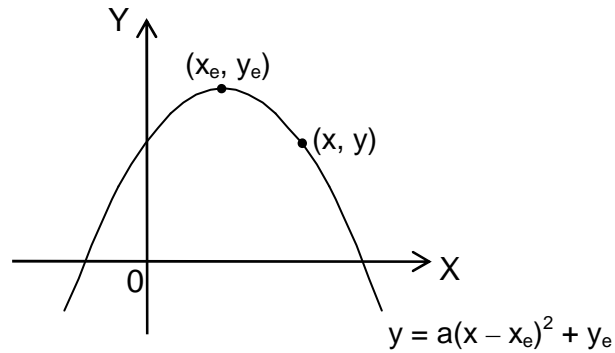
SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2010 PAKET A/B</p> <p>Jika p dan q adalah akar-akar persamaan <math>x^2 - 5x - 1 = 0</math>, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya <math>2p + 1</math> dan <math>2q + 1</math> adalah ...</p> <p>a. <math>x^2 + 10x + 11 = 0</math>  b. <math>x^2 - 10x + 7 = 0</math>  c. <math>x^2 - 10x + 11 = 0</math>  d. <math>x^2 - 12x + 7 = 0</math>  e. <math>x^2 - 12x - 7 = 0</math></p> <p>Jawab : d</p>	
<p>2. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>akar-akar persamaan kuadrat <math>2x^2 + 3x - 2 = 0</math> adalah <math>\alpha</math> dan <math>\beta</math>. Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya <math>\frac{\alpha}{\beta}</math> dan <math>\frac{\beta}{\alpha}</math> adalah ...</p> <p>a. <math>4x^2 + 17x + 4 = 0</math>  b. <math>4x^2 - 17x + 4 = 0</math>  c. <math>4x^2 + 17x - 4 = 0</math>  d. <math>9x^2 + 22x - 9 = 0</math>  e. <math>9x^2 - 22x - 9 = 0</math></p> <p>Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>3. UN 2007 PAKET A</p> <p>Jika <math>x_1</math> dan <math>x_2</math> adalah akar-akar persamaan <math>x^2 - x + 2 = 0</math>, persamaan kuadrat baru yang akar – akarnya <math>2x_1 - 2</math> dan <math>2x_2 - 2</math> adalah ...</p> <p>a. <math>x^2 + 8x + 1 = 0</math> b. <math>x^2 + 8x + 2 = 0</math> c. <math>x^2 + 2x + 8 = 0</math> d. <math>x^2 - 8x - 2 = 0</math> e. <math>x^2 - 2x + 8 = 0</math></p> <p>Jawab : b</p>	
<p>4. UN 2007 PAKET B</p> <p>Persamaan kuadrat <math>2x^2 + 3x - 5 = 0</math>, mempunyai akar-akar <math>x_1</math> dan <math>x_2</math>. Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya <math>(2x_1 - 3)</math> dan <math>(2x_2 - 3)</math> adalah ...</p> <p>a. <math>2x^2 + 9x + 8 = 0</math> b. <math>x^2 + 9x + 8 = 0</math> c. <math>x^2 - 9x - 8 = 0</math> d. <math>2x^2 - 9x + 8 = 0</math> e. <math>x^2 + 9x - 8 = 0</math></p> <p>Jawab : b</p>	

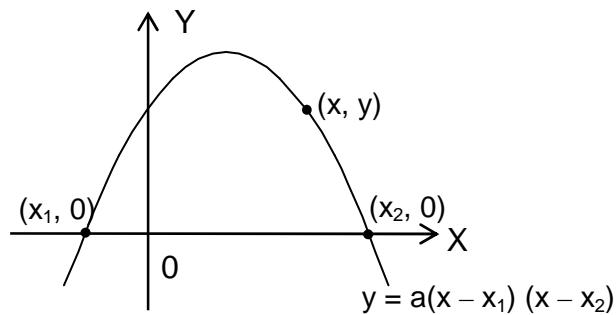
SOAL	PENYELESAIAN
<p>5. UN 2005</p> <p>Diketahui akar-akar persamaan kuadrat <math>2x^2 - 4x + 1 = 0</math> adalah <math>\alpha</math> dan <math>\beta</math>. Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya <math>\frac{\alpha}{\beta}</math> dan <math>\frac{\beta}{\alpha}</math> adalah ...</p> <p>a. <math>x^2 - 6x + 1 = 0</math> b. <math>x^2 + 6x + 1 = 0</math> c. <math>x^2 - 3x + 1 = 0</math> d. <math>x^2 + 6x - 1 = 0</math> e. <math>x^2 - 8x - 1 = 0</math></p> <p>Jawab : a</p>	
<p>6. UN 2004</p> <p>Persamaan kuadrat yang akar-akarnya <math>-2</math> dan <math>\frac{1}{2}</math> adalah ...</p> <p>a. <math>2x^2 - 3x - 2 = 0</math> b. <math>2x^2 + 3x - 2 = 0</math> c. <math>2x^2 - 3x + 2 = 0</math> d. <math>2x^2 + 3x + 2 = 0</math> e. <math>2x^2 - 5x + 2 = 0</math></p> <p>Jawab : b</p>	

**C. Menentukan persamaan grafik fungsi kuadrat**

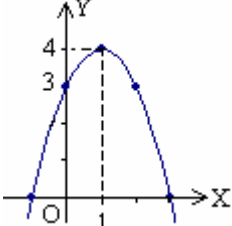
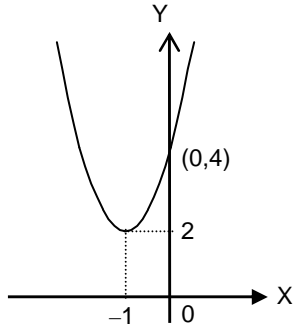
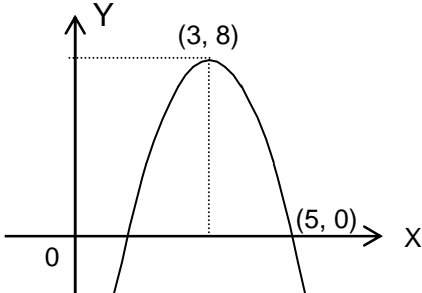
1. Grafik fungsi kuadrat yang melalui titik balik  $(x_e, y_e)$  dan sebuah titik tertentu  $(x, y)$ :

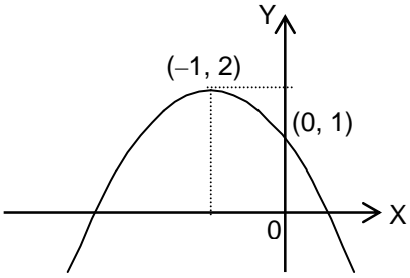


2. Grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di dua titik  $(x_1, 0)$ ,  $(x_2, 0)$ , dan melalui sebuah titik tertentu  $(x, y)$ :



SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2008 PAKET A/B</p> <p>Persamaan grafik fungsi kuadrat yang melalui titik A(1, 0), B(3, 0), dan C(0, -6) adalah ...</p> <p>a. <math>y = 2x^2 + 8x - 6</math></p> <p>b. <math>y = -2x^2 + 8x - 6</math></p> <p>c. <math>y = 2x^2 - 8x + 6</math></p> <p>d. <math>y = -2x^2 - 8x - 6</math></p> <p>e. <math>y = -x^2 + 4x - 6</math></p> <p>Jawab : b</p>	

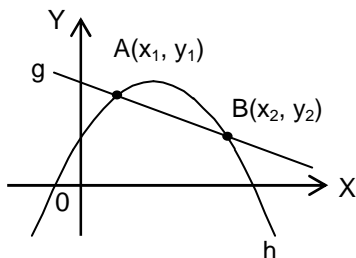
SOAL	PENYELESAIAN
<p>2. UN 2007 PAKET A</p> <p>Persamaan grafik fungsi kuadrat pada gambar adalah ...</p> <p>a. <math>y = -2x^2 + 4x + 3</math>                      b. <math>y = -2x^2 + 4x + 2</math>                      c. <math>y = -x^2 + 2x + 3</math>                      d. <math>y = -2x^2 + 4x - 6</math>                      e. <math>y = -x^2 + 2x - 5</math></p> <p>Jawab : c</p> 	
<p>3. UN 2007 PAKET B</p> <p>Persamaan grafik fungsi kuadrat pada gambar adalah ...</p>  <p>a. <math>y = 2x^2 + 4</math>                      b. <math>y = x^2 + 3x + 4</math>                      c. <math>y = 2x^2 + 4x + 4</math>                      d. <math>y = 2x^2 + 2x + 4</math>                      e. <math>y = x^2 + 5x + 4</math></p> <p>Jawab : c</p>	
<p>4. UN 2006</p>  <p>Grafik fungsi pada gambar di atas mempunyai persamaan ...</p> <p>a. <math>y = 2x^2 - 12x + 8</math>                      b. <math>y = -2x^2 + 12x - 10</math>                      c. <math>y = 2x^2 - 12x + 10</math>                      d. <math>y = x^2 - 6x + 5</math>                      e. <math>y = -x^2 + 6x - 5</math></p> <p>Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>5. UN 2004</p>  <p>Persamaan grafik parabola pada gambar adalah ...</p> <p>a. <math>y^2 - 4y + x + 5 = 0</math>  b. <math>y^2 - 4y + x + 3 = 0</math>  c. <math>x^2 + 2x + y + 1 = 0</math>  d. <math>x^2 + 2x - y + 1 = 0</math>  e. <math>x^2 + 2x + y - 1 = 0</math></p> <p>Jawab : e</p>	
<p>6. EBTANAS 2003</p> <p>Grafik fungsi kuadrat dengan titik balik <math>(-1, 4)</math> dan melalui titik <math>(-2, 3)</math>, memotong sumbu Y di titik ...</p> <p>a. <math>(0, 3)</math>  b. <math>(0, 2\frac{1}{2})</math>  c. <math>(0, 2)</math>  d. <math>(0, 1\frac{1}{2})</math>  e. <math>(0, 1)</math></p> <p>Jawab : a</p>	
<p>7. EBTANAS 2002</p> <p>Suatu fungsi kuadrat <math>f(x)</math> mempunyai nilai maksimum 5 untuk <math>x = 2</math>, sedang <math>f(4) = 3</math>. Fungsi kuadrat tersebut adalah ...</p> <p>a. <math>f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3</math>  b. <math>f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3</math>  c. <math>f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3</math>  d. <math>f(x) = -2x^2 + 2x + 3</math>  e. <math>f(x) = -2x^2 + 8x - 3</math></p> <p>Jawab : b</p>	

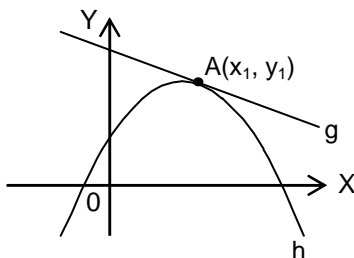
SOAL	PENYELESAIAN
<p>8. UN 2008 PAKET A/B</p> <p>Pak Bahar mempunyai sebidang tanah berbentuk persegi panjang, dengan lebar 10 m kurangnya dari setengah panjangnya. Apabila luasnya <math>400 \text{ m}^2</math>, maka lebarnya adalah ... meter</p> <p>a. 60 b. 50 c. 40 d. 20 e. 10</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>9. UAN 2004</p> <p>Untuk memproduksi <math>x</math> unit barang per hari diperlukan biaya <math>(2x^2 - 8x + 15)</math> ribu rupiah. Bila barang tersebut harus dibuat, biaya minimum diperoleh bila per hari diproduksi sebanyak ... unit</p> <p>a. 1 b. 2 c. 5 d. 7 e. 9</p> <p>Jawab : b</p>	

**D. Kedudukan Garis Terhadap Kurva Parabola**

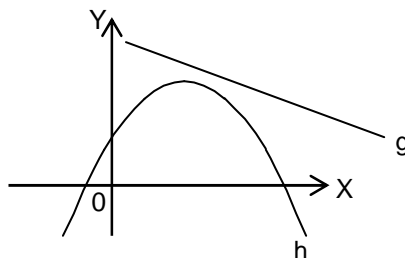
Kedudukan garis  $g : y = mx + n$  dan parabola  $h : y = ax^2 + bx + c$  ada tiga kemungkinan seperti pada gambar berikut ini.



$g$  memotong  $h$  di dua titik



$g$  menyinggung  $h$



$g$  tidak memotong dan tidak menyinggung  $h$

**TEOREMA**

Dimisalkan garis  $g : y = mx + n$  dan parabola  $h : y = ax^2 + bx + c$ .

Apabila persamaan garis  $g$  disubstitusikan ke persamaan parabola  $h$ , maka akan diperoleh sebuah persamaan kuadrat baru yaitu:

$$y_h = y_g$$

$$ax^2 + bx + c = mx + n$$

$$ax^2 + bx - mx + c - n = 0$$

$$ax^2 + (b - m)x + (c - n) = 0 \dots \dots \dots \text{Persamaan kuadrat baru}$$

Determinan dari persamaan kuadrat baru tersebut adalah:

$$D = (b - m)^2 - 4a(c - n)$$

Dengan melihat nilai deskriminan persamaan kuadrat baru tersebut akan dapat diketahui kedudukan garis  $g$  terhadap parabola  $h$  tanpa harus digambar grafiknya terlebih dahulu yaitu:

1. Jika  $D > 0$ , maka persamaan kuadrat memiliki dua akar real, sehingga garis  $g$  memotong parabola  $h$  di dua titik berlainan
2. Jika  $D = 0$ , maka persamaan kuadrat memiliki dua akar yang kembar, sehingga garis  $g$  menyinggung parabola  $h$
3. Jika  $D < 0$ , maka persamaan kuadrat tidak memiliki akar real, sehingga garis  $g$  tidak memotong ataupun menyinggung parabola  $h$ .

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2009, 2010 PAKET A/B            Grafik fungsi kuadrat <math>f(x) = x^2 + bx + 4</math> menyinggung garis <math>y = 3x + 4</math>. Nilai <math>b</math> yang memenuhi adalah ...</p> <p>a. -4            b. -3            c. 0            d. 3            e. 4            Jawab : d</p>	
<p>2. PRA UN 2010 soalmatematik.com P-1            Parabola <math>y = (a + 1)x^2 + (3a + 5)x + a + 7</math> menyinggung sumbu X, nilai <math>a</math> yang memenuhi adalah ... .</p> <p>a. -5 atau 3            b. 5 atau -3            c. 1 atau <math>-\frac{3}{5}</math>            d. -1 atau <math>\frac{3}{5}</math>            e. 1 atau <math>-\frac{5}{3}</math>            Jawab : d</p>	
<p>3. PRA UN 2010 soalmatematik.com P-2            Agar garis <math>y = -2x + 3</math> menyinggung parabola <math>y = x^2 + (m - 1)x + 7</math>, maka nilai <math>m</math> yang memenuhi adalah ... .</p> <p>a. -5 atau -3            b. -5 atau 3            c. -3 atau 5            d. -1 atau 17            e. 1 atau 17            Jawab : b</p>	