

20. TRANSFORMASI

A. Translasi (Pergeseran) ; $T = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

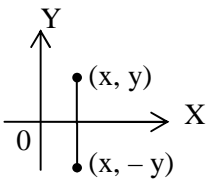
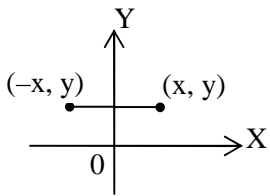
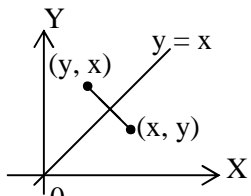
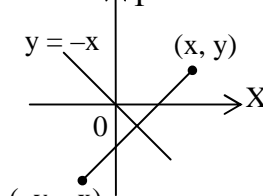
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

B. Refleksi (Pencerminan)

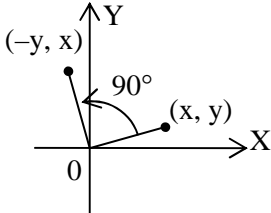
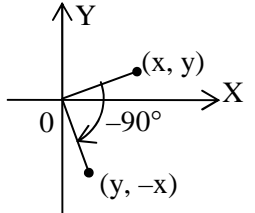
1. Bila M matriks refleksi berordo 2×2 , maka:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

2. Matriks M karena refleksi terhadap sumbu X, sumbu Y, garis $y = x$, dan garis $y = -x$ dapat dicari dengan proses refleksi titik-titik satuan pada bidang koordinat sbb:

$M_{s_b x}$	$M_{s_b y}$	$M_{y=x}$	$M_{y=-x}$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
			
x tetap y dinegasi	y tetap x dinegasi	x, y dibalik	x, y dibalik dinegasi

C. Rotasi (Perputaran)

$R[O, \theta]$	$R[O, 90^\circ]$	$R[O, -90^\circ]$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
		
	y dinegasi dibalik	x dinegasi dibalik

D. D[O, k] Dilatasi (Perbesaran) dengan Faktor Pengali k dan pusat di O

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

E. Komposisi Transformasi

$$P(x, y) \xrightarrow{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}} \xrightarrow{\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}} P'(x', y'); \text{ maka } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

F. Luas Hasil Transformasi

1. Luas bangun hasil translasi, refleksi, dan rotasi adalah tetap.
2. Luas bangun hasil transformasi $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah: $L' = L \times \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2010 PAKET A</p> <p>Sebuah garis $3x + 2y = 6$ ditranslasikan dengan matriks $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, dilanjutkan dilatasi dengan pusat di O dan faktor 2. Hasil transformasinya adalah ...</p> <p>a. $3x + 2y = 14$ b. $3x + 2y = 7$ c. $3x + y = 14$ d. $3x + y = 7$ e. $x + 3y = 14$</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>2. UN 2010 PAKET B</p> <p>Bayangan kurva $y = x^2 - x + 3$ yang ditransformasikan oleh matriks $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ dilanjutkan oleh matriks $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ adalah ...</p> <p>a. $y = x^2 + x + 3$ b. $y = -x^2 + x + 3$ c. $x = y^2 - y + 3$ d. $x = y^2 + y + 3$ e. $x = -y^2 + y + 3$</p> <p>Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>3. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Transformasi $\begin{pmatrix} a & a+1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ yang dilanjutkan dengan transformasi $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ terhadap titik A(2, 3) dan B(4, 1) menghasilkan bayangan A'(22, -1) dan B'(24, -17). Oleh komposisi transformasi yang sama, bayangan titik C adalah C'(70, 35). Koordinat titik C adalah ...</p> <p>a. (2, 15) b. (2, -15) c. (-2, 15) d. (15, -2) e. (15, 2)</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>4. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Diketahui garis g dengan persamaan $y = 3x + 2$. bayangan garis g oleh pencerminan terhadap sumbu X dilanjutkan rotasi terhadap O sebesar $\frac{\pi}{2}$ radian adalah ...</p> <p>a. $3x + y + 2 = 0$ b. $3y - x - 2 = 0$ c. $3x - y - 2 = 0$ d. $3y - x + 2 = 0$ e. $-3x + y - 2 = 0$</p> <p>Jawab : d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>5. UN 2008 PAKET A/B Persamaan bayangan garis $y = 5x - 3$ karena rotasi dengan pusat $O(0,0)$ bersudut -90° adalah ...</p> <p>a. $5x - y + 3 = 0$ b. $x - 5y - 3 = 0$ c. $x + 5y - 3 = 0$ d. $x + 5y + 3 = 0$ e. $5x + y - 3 = 0$</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>6. UN 2008 PAKET A/B Lingkaran $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$ ditransformasikan oleh matriks $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ dan dilanjutkan oleh matriks $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Persamaan bayangan lingkaran tersebut adalah ...</p> <p>a. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 11 = 0$ b. $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$ c. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$ d. $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 11 = 0$ e. $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 11 = 0$</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>7. UN 2007 PAKET B Bayangan garis $3x - y + 2 = 0$ apabila direfleksikan terhadap garis $y = x$, dilanjutkan dengan rotasi sebesar 90° dengan pusat $O(0,0)$ adalah ...</p> <p>a. $3x + y + 2 = 0$ b. $-x + 3y + 2 = 0$ c. $3x + y - 2 = 0$ d. $x - 3y + 2 = 0$ e. $-3x + y + 2 = 0$</p> <p>Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>8. UN 2007 PAKET A Bayangan kurva $y = x^2 - 1$, oleh dilatasi pusat O dengan faktor skala 2, dilanjutkan pencerminan terhadap sumbu Y, adalah ...</p> <p>a. $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ b. $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ c. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ d. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$ e. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>9. UN 2006 Persamaan peta parabola $(x + 1)^2 = 2(y - 2)$ oleh pencerminan terhadap sumbu X dilanjutkan dengan rotasi terhadap pusat O dan sudut putar $\frac{\pi}{2}$ radian adalah ...</p> <p>a. $(x - 1)^2 = 2(y + 2)$ b. $(x - 1)^2 = \frac{1}{2}(y - 2)$ c. $(y - 1)^2 = 2(x - 2)$ d. $(y + 1)^2 = 2(x - 2)$ e. $(y + 1)^2 = \frac{1}{2}(x - 2)$</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>10. UN 2005 Lingkaran yang berpusat di $(3, -2)$ dan berjari-jari 4 diputar dengan $R[O, 90^\circ]$, kemudian dicerminkan terhadap sumbu X. persamaan bayangan lingkaran adalah ...</p> <p>a. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$ b. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ c. $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 3 = 0$ d. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ e. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$</p> <p>Jawab : e</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>11. UN 2004</p> <p>Persamaan bayangan garis $3x + 5y - 7 = 0$ oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ dilanjutkan dengan $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ adalah ...</p> <p>a. $2x + 3y + 7 = 0$</p> <p>b. $2x + 3y - 7 = 0$</p> <p>c. $3x + 2y - 7 = 0$</p> <p>d. $5x - 2y - 7 = 0$</p> <p>e. $5x + 2y - 7 = 0$</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>12. UN 2004</p> <p>T_1 adalah transformasi rotasi dengan pusat O dan sudut putar 90°. T_2 adalah transformasi pencerminan terhadap garis $y = -x$. Bila koordinat peta titik A oleh transformasi $T_1 \circ T_2$ adalah $A'(8, -6)$, maka koordinat titik A adalah ...</p> <p>a. $(-6, -8)$</p> <p>b. $(-6, 8)$</p> <p>c. $(6, 8)$</p> <p>d. $(8, 6)$</p> <p>e. $(10, 8)$</p> <p>Jawab : d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>13. UAN 2003 Garis $2x + 3y = 6$ ditranslasikan dengan matriks $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ dan dilanjutkan dengan $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ bayangannya adalah ...</p> <p>a. $3x + 2y + 5 = 0$ b. $3x + 2y - 5 = 0$ c. $2x - 3y + 5 = 0$ d. $2x + 3y - 5 = 0$ e. $2x + 3y + 5 = 0$</p> <p>Jawab : d</p>	
<p>14. EBTANAS 2002 Koordinat bayangan titik $(-2, 3)$ karena rotasi sebesar 60° dan dilanjutkan refleksi terhadap garis $y = -x$ adalah ...</p> <p>a. $(\sqrt{3} - \frac{3}{2}, 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3})$ b. $(-\frac{3}{2} - \sqrt{3}, 1 - \frac{3}{2}\sqrt{3})$ c. $(-\sqrt{3}, -1 - \frac{3}{2}\sqrt{3})$ d. $(\frac{3}{2} - \sqrt{3}, 1 - \frac{3}{2}\sqrt{3})$ e. $(\sqrt{3} + \frac{3}{2}, 1 - \frac{3}{2}\sqrt{3})$</p> <p>Jawab : a</p>	
<p>15. EBTANAS 2002 Bayangan garis $y = 2x + 2$ yang dicerminkan terhadap garis $y = x$ adalah ...</p> <p>a. $y = x + 1$ b. $y = x - 1$ c. $y = \frac{1}{2}x - 1$ d. $y = \frac{1}{2}x + 1$ e. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$</p> <p>Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>16. EBTANAS 2002</p> <p>Diketahui segitiga ABC panjang sisi-sisinya 4, 5, dan 6 satuan terletak pada bidang α. T adalah transformasi pada bidang α yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Luas bayangan segitiga ABC oleh transformasi T adalah ... satuan luas.</p> <p>a. $\frac{5}{16}\sqrt{7}$</p> <p>b. $\frac{15}{4}\sqrt{7}$</p> <p>c. $10\sqrt{7}$</p> <p>d. $15\sqrt{7}$</p> <p>e. $30\sqrt{7}$</p> <p>Jawab : e</p>	