

## 6. LOGIKA MATEMATIKA

### A. Negasi (Ingkaran)

Negasi adalah pengingkaran terhadap nilai kebenaran suatu pernyataan.  $\sim p$  : tidak p

p	$\sim p$
B	S
S	B

### B. Operator Logika

1) Konjungsi adalah penggabungan dua pernyataan atau lebih dengan operator “dan”.

$$p \wedge q : p \text{ dan } q$$

2) Disjungsi adalah penggabungan dua pernyataan atau lebih dengan operator “atau”.

$$p \vee q : p \text{ atau } q$$

3) Implikasi adalah penggabungan dua pernyataan dengan operator “Jika ..., maka ...”.

$$p \Rightarrow q : \text{Jika } p \text{ maka } q$$

4) Biimplikasi adalah penggabungan dua pernyataan dengan operator “... jika dan hanya jika ...”

$$p \Leftrightarrow q : p \text{ jika dan hanya jika } q$$

### C. Nilai Kebenaran Konjungsi, Disjungsi, Implikasi, dan Biimplikasi

premis 1 P	premis 2 q	konjungsi $p \wedge q$	disjungsi $p \vee q$	implikasi $p \Rightarrow q$	biimplikasi $p \Leftrightarrow q$
B	B	<b>B</b>	B	B	<b>B</b>
B	S	S	B	<b>S</b>	S
S	B	S	B	B	S
S	S	S	<b>S</b>	B	<b>B</b>

Kesimpulan: perhatikan nilai kebenaran yang tercetak tebal

- 1) Konjungsi akan bernilai benar (B), jika kedua premis benar,
- 2) Disjungsi akan bernilai salah (S), jika kedua premis salah
- 3) Implikasi akan bernilai salah (S), jika premis sebelah kiri benar (B) dan kanan salah (S)
- 4) Biimplikasi akan bernilai benar (B), jika premis kiri dan kanan kembar

### D. Konvers, Invers, dan Kontraposisi

Bila terdapat bentuk implikasi  $p \Rightarrow q$ , maka diperoleh tiga pengembangannya sebagai berikut:

Implikasi	Invers	Konvers	Kontraposisi
$p \Rightarrow q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$q \Rightarrow p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$

Kesimpulan yang dapat diambil adalah:

- 1) invers adalah negasi dari implikasi
- 2) konvers adalah kebalikan dari implikasi
- 3) kontraposisi adalah implikasi yang dibalik dan dinegasi

### E. Pernyataan-Pernyataan yang Equivalen

- 1) implikasi  $\equiv$  kontraposisi :  $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$
- 2) konvers  $\equiv$  invers :  $q \Rightarrow p \equiv \sim p \Rightarrow \sim q$
- 3)  $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$  : ingkaran dari konjungsi
- 4)  $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$  : ingkaran dari disjungsi
- 5)  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$  : ingkaran dari implikasi
- 6)  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
- 7)  $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$  : ingkaran dari biimplikasi

**F. Kuantor Universal dan Kuantor Eksistensial**

- Kuantor Universal adalah suatu pernyataan yang berlaku untuk umum, notasinya “ $\forall x$ ” dibaca “untuk semua nilai x”
- Kuantor Eksistensial adalah suatu pernyataan yang berlaku secara khusus, notasinya “ $\exists x$ ” dibaca “ada nilai x” atau “beberapa nilai x”
- Ingkaran dari pernyataan berkuantor
  - 1)  $\sim(\forall x) \equiv \exists(\sim x)$
  - 2)  $\sim(\exists x) \equiv \forall(\sim x)$

**G. Penarikan Kesimpulan**

Jenis penarikan kesimpulan ada 3 yaitu:

1) Modus Ponens  
(MP)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \text{ : premis 1} \\ p \text{ : premis 2} \\ \hline \therefore q \text{ : kesimpulan} \end{array}$$

2) Modus Tollens  
(MT)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \text{ : premis 1} \\ \sim q \text{ : premis 2} \\ \hline \therefore \sim p \text{ : kesimpulan} \end{array}$$

3) Silogisme

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \text{ : premis 1} \\ q \Rightarrow r \text{ : premis 2} \\ \hline \therefore p \Rightarrow r \text{ : kesimpulan} \end{array}$$

SOAL	PENYELESAIAN
<p>1. UN 2010 PAKET A</p> <p>Perhatikan premis-premis berikut:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Jika Andi murid rajin, maka Andi murid pandai</li> <li>2. Jika Andi murid pandai, maka ia lulus ujian</li> </ol> <p>Ingkaran dari kesimpulan di atas adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Jika Andi murid rajin, maka ia tidak lulus ujian</li> <li>b. Andi murid rajin dan ia tidak lulus ujian</li> <li>c. Andi bukan murid rajin atau ia lulus ujian</li> <li>d. Jika Andi bukan murid rajin, maka ia tidak lulus ujian</li> <li>e. Jika Andi murid rajin, maka ia lulus ujian</li> </ol> <p>Jawab : b</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>2. UN 2010 PAKET B</p> <p>Perhatikan premis-premis berikut:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Jika saya giat belajar maka saya bisa meraih juara</li> <li>2. Jika saya bisa meraih juara maka saya boleh ikut bertanding</li> </ol> <p>Ingkaran dari kesimpulan kedua premis di atas adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Saya giat belajar dan saya tidak boleh ikut bertanding</li> <li>b. Saya giat belajar atau saya tidak boleh ikut bertanding</li> <li>c. Saya giat belajar maka saya bisa meraih juara</li> <li>d. Saya giat belajar dan saya boleh ikut bertanding</li> <li>e. Saya ikut bertanding maka saya giat belajar</li> </ol> <p>Jawab : a</p>	
<p>3. UN 2009 PAKET A/B</p> <p>Diberikan premis-premis sebagai berikut:</p> <p>Premis 1 : Jika harga BBM naik, maka semua bahan pokok naik</p> <p>Premis 2 : Jika harga bahan pokok naik, maka semua orang tidak senang</p> <p>Ingkaran dari kesimpulan di atas adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Harga BBM tidak naik</li> <li>b. Jika harga bahan pokok naik, maka ada orang orang tidak senang</li> <li>c. Harga bahan pokok naik atau ada orang tidak senang</li> <li>d. Jika semua orang tidak senang, maka harga BBM naik</li> <li>e. Harga BBM naik dan ada orang yang senang</li> </ol> <p>Jawab : e</p>	
<p>4. UN 2008 PAKET A/B</p> <p>Ingkaran dari pernyataan “Semua anak-anak suka bermain air.” Adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Tidak ada anak-anak yang suka bermain air.</li> <li>b. Semua anak-anak tidak suka bermain air.</li> <li>c. Ada anak-anak yang tidak suka bermain air</li> <li>d. Tidak ada anak-anak yang tidak suka bermain air.</li> <li>e. Ada anak-anak suka bermain air.</li> </ol> <p>Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>5. UN 2008 PAKET A/B</p> <p>Diketahui premis-premis:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Jika Marni rajin belajar atau patuh pada orang tua, maka ibu membelikan sepatu baru.</li> <li>2) Ibu tidak membelikan sepatu baru</li> </ol> <p>Kesimpulan yang sah adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Marni rajin belajar atau Marni patuh pada orang tua.</li> <li>b. Marni rajin belajar dan Marni patuh pada orang tua.</li> <li>c. Marni tidak rajin belajar atau Marni patuh pada orang tua.</li> <li>d. Marni tidak rajin belajar dan Marni patuh pada orang tua.</li> <li>e. Marni tidak rajin belajar dan Marni tidak patuh pada orang tua.</li> </ol> <p>Jawab : e</p>	
<p>6. UN 2007 PAKET A</p> <p>Diketahui premis-premis berikut:</p> <p>Premis 1: Jika Dodi rajin belajar, maka ia naik kelas.</p> <p>Premis 2: Jika Dodi naik kelas, maka ia akan dibelikan baju.</p> <p>Kesimpulan yang sah adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Dodi tidak rajin belajar tetapi ia akan dibelikan baju.</li> <li>b. Dodi rajin belajar tetapi ia tidak akan dibelikan baju.</li> <li>c. Dodi rajin belajar atau ia akan dibelikan baju.</li> <li>d. Dodi tidak rajin belajar atau ia akan dibelikan baju.</li> <li>e. Dodi rajin belajar atau ia tidak akan dibelikan baju.</li> </ol> <p>Jawab : d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>7. UN 2007 PAKET B</p> <p>Diketahui premis-premis berikut:</p> <p>Premis 1: Jika Anik lulus ujian, maka ia kuliah di perguruan tinggi negeri.</p> <p>Premis 2: Jika Anik kuliah di perguruan tinggi negeri, maka Anik jadi sarjana.</p> <p>Premis 3 : Anik bukan sarjana</p> <p>Kesimpulan yang sah dari ketiga premis di atas adalah ...</p> <p>a. Anik lulus ujian</p> <p>b. Anik kuliah di perguruan tinggi negeri</p> <p>c. Anik tidak lulus ujian</p> <p>d. Anik lulus ujian dan kuliah di perguruan tinggi negeri</p> <p>e. Anik lulus ujian dan tidak kuliah</p> <p>Jawab : c</p>	
<p>8. UN 2006</p> <p>Perhatikan argumentasi berikut!</p> <p>I. <math>p \rightarrow q</math>                      IV. <math>\sim q \rightarrow p</math>  <math>\frac{\sim q \vee r}{\therefore r \rightarrow p}</math>                      <math>\frac{\sim r \rightarrow \sim q}{\therefore p \rightarrow r}</math></p> <p>II. <math>p \rightarrow q</math>                      IV. <math>\sim q \rightarrow \sim r</math>  <math>\frac{\sim q \vee r}{\therefore \sim p \rightarrow \sim r}</math>                      <math>\frac{\sim r \rightarrow \sim q}{\therefore r \rightarrow p}</math></p> <p>III. <math>p \rightarrow q</math>  <math>\frac{\sim q \vee r}{\therefore \sim r \rightarrow \sim p}</math></p> <p>Argumentasi yang sah adalah ...</p> <p>a. I</p> <p>b. II</p> <p>c. III</p> <p>d. IV</p> <p>e. V</p> <p>Jawab : c</p>	

SOAL	PENYELESAIAN				
<p>9. UN 2005</p> <p>Diketahui argumentasi:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; border: none;"> <math display="block">\begin{array}{l} \text{i : } p \vee q \\ \quad \underline{\sim p} \\ \therefore \sim q \end{array}</math> </td> <td style="width: 50%; border: none;"> <math display="block">\begin{array}{l} \text{iii : } p \Rightarrow q \\ \quad \underline{\sim q \vee r} \\ \therefore \sim r \Rightarrow \sim p \end{array}</math> </td> </tr> <tr> <td style="border: none;"> <math display="block">\begin{array}{l} \text{ii : } \sim p \vee q \\ \quad \underline{\sim q} \\ \therefore \sim p \end{array}</math> </td> <td style="border: none;"> <math display="block">\begin{array}{l} \text{iv : } \sim q \Rightarrow \sim p \\ \quad \underline{\sim r \Rightarrow \sim q} \\ \therefore p \Rightarrow r \end{array}</math> </td> </tr> </table> <p>Argumentasi yang sah adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>i dan ii</li> <li>ii dan iii</li> <li>iii dan iv</li> <li>i, ii, dan iii</li> <li>ii, iii, dan iv</li> </ol> <p>Jawab : e</p>	$\begin{array}{l} \text{i : } p \vee q \\ \quad \underline{\sim p} \\ \therefore \sim q \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{iii : } p \Rightarrow q \\ \quad \underline{\sim q \vee r} \\ \therefore \sim r \Rightarrow \sim p \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{ii : } \sim p \vee q \\ \quad \underline{\sim q} \\ \therefore \sim p \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{iv : } \sim q \Rightarrow \sim p \\ \quad \underline{\sim r \Rightarrow \sim q} \\ \therefore p \Rightarrow r \end{array}$	
$\begin{array}{l} \text{i : } p \vee q \\ \quad \underline{\sim p} \\ \therefore \sim q \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{iii : } p \Rightarrow q \\ \quad \underline{\sim q \vee r} \\ \therefore \sim r \Rightarrow \sim p \end{array}$				
$\begin{array}{l} \text{ii : } \sim p \vee q \\ \quad \underline{\sim q} \\ \therefore \sim p \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{iv : } \sim q \Rightarrow \sim p \\ \quad \underline{\sim r \Rightarrow \sim q} \\ \therefore p \Rightarrow r \end{array}$				
<p>10. UN 2005</p> <p>Invers dari pernyataan <math>p \Rightarrow (p \wedge q)</math> adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim P</math></li> <li><math>(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow \sim P</math></li> <li><math>\sim P \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)</math></li> <li><math>\sim P \Rightarrow (\sim p \wedge q)</math></li> <li><math>\sim P \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)</math></li> </ol> <p>Jawab : e</p>					
<p>11. UN 2004</p> <p>Negasi dari pernyataan “Hari ini tidak hujan dan saya tidak membawa payung” adalah ...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Hari ini hujan tetapi saya tidak membawa payung</li> <li>Hari ini tidak hujan tetapi saya membawa payung</li> <li>Hari ini tidak hujan atau saya tidak membawa payung</li> <li>Hari ini hujan dan saya membawa payung</li> <li>Hari ini hujan atau saya membawa payung</li> </ol> <p>Jawab : e</p>					

SOAL	PENYELESAIAN
<p>12. UN 2004</p> <p>Diketahui beberapa premis berikut:</p> <p>Premis 1 : <math>\sim p \Rightarrow \sim q</math></p> <p>Premis 2 : <math>p \Rightarrow r</math></p> <p>Premis 3 : <math>q</math></p> <p>a. <math>\sim p</math> benar</p> <p>b. <math>p</math> salah</p> <p>c. <math>\sim r</math> benar</p> <p>d. <math>r</math> salah</p> <p>e. <math>r</math> benar</p> <p>Jawab : e</p>	
<p>13. UAN 2003</p> <p>Kesimpulan dari 3 premis berikut adalah...</p> <p><math>P_1 : p \Rightarrow q</math> .....(1)</p> <p><math>P_2 : q \Rightarrow r</math>.....(2)</p> <p><u><math>P_3 : \sim r</math></u> .....(3)</p> <p><math>\therefore</math>.....</p> <p>a. <math>\sim q \Rightarrow p</math></p> <p>b. <math>q \Rightarrow p</math></p> <p>c. <math>\sim (q \Rightarrow p)</math></p> <p>d. <math>\sim p</math></p> <p>e. <math>\sim q</math></p> <p>Jawab : d</p>	

SOAL	PENYELESAIAN
<p>14. UAN 2003</p> <p>Diketahui tiga premis sebagai berikut</p> <p><math>P_1 : p \Rightarrow q</math> .....(1)</p> <p><math>P_2 : \sim r \Rightarrow q</math> .....(2)</p> <p><math>P_3 : \sim r</math> .....(3)</p> <p><math>\therefore</math> .....</p> <p>Kesimpulan berikut yang tidak sah adalah....</p> <p>a. <math>q \vee r</math></p> <p>b. <math>q</math></p> <p>c. <math>p \wedge \sim q</math></p> <p>d. <math>p \vee q</math></p> <p>e. <math>p \vee \sim r</math></p> <p>Jawab : c</p>	
<p>15. EBTANAS 2002</p> <p>Penarikan kesimpulan yang sah dari argumentasi berikut adalah ...</p> <p><math>P \Rightarrow q</math></p> <p><math>q \Rightarrow r</math></p> <p><math>\therefore</math> ....</p> <p>a. <math>p \wedge r</math></p> <p>b. <math>p \vee r</math></p> <p>c. <math>p \wedge \sim r</math></p> <p>d. <math>\sim p \wedge r</math></p> <p>e. <math>\sim p \vee r</math></p> <p>Jawab : e</p>	